

### **Klausur 4 - LK (180 Min.)**

#### **Hilfsmittel: GeoGebra, Formelsammlung**

Name: \_\_\_\_\_

*Hinweis: Achten Sie bei den Rechenaufgaben auf einen Antwortsatz und bei allen Rechnungen auf die korrekten Einheiten!*

#### **Aufgabe 1 – Mechanische Schwingungen und Wellen (46 Punkte)**

Ein Fadenpendel, auch bekannt als mathematisches Pendel, besteht aus einer Masse, die an einem leichten Faden befestigt ist und frei schwingen kann. Die Masse ist typischerweise ein kleines Objekt wie eine Kugel, und der Faden ist so leicht, dass seine Masse vernachlässigbar ist im Vergleich zur Masse der Kugel. Nehmen wir an, dass ein Fadenpendel in 15 Sekunden 6 Schwingungen mit einer Amplitude von 5 cm ausführt.

- a) Berechnen Sie die Frequenz und die Periodendauer des Fadenpendels. (5 Punkte)
- b) Nehmen Sie an, dass das Fadenpendel keine Dämpfung erfährt und zeichnen Sie das Auslenkung-Zeit-Diagramm für zwei Perioden. (4 Punkte)

Die Dämpfung eines Fadenpendels im Physikraum entsteht hauptsächlich durch zwei Faktoren: Luftwiderstand und Reibung am Aufhängepunkt des Pendels.

- c) Erläutern Sie qualitativ die physikalischen Prozesse bei gedämpften mechanischen Schwingungen für
- den Schwingfall,
  - den Kriechfall und
  - den aperiodischen Grenzfall
- und skizzieren Sie für alle drei Fälle ein entsprechendes Diagramm. (6 Punkte)
- d) Leiten Sie unter Berücksichtigung der Kleinwinkelnäherung für das Fadenpendel aus dem linearen Kraftgesetz die Zeit-Beschleunigungs-Funktion für die harmonische Schwingung eines Fadenpendels her.

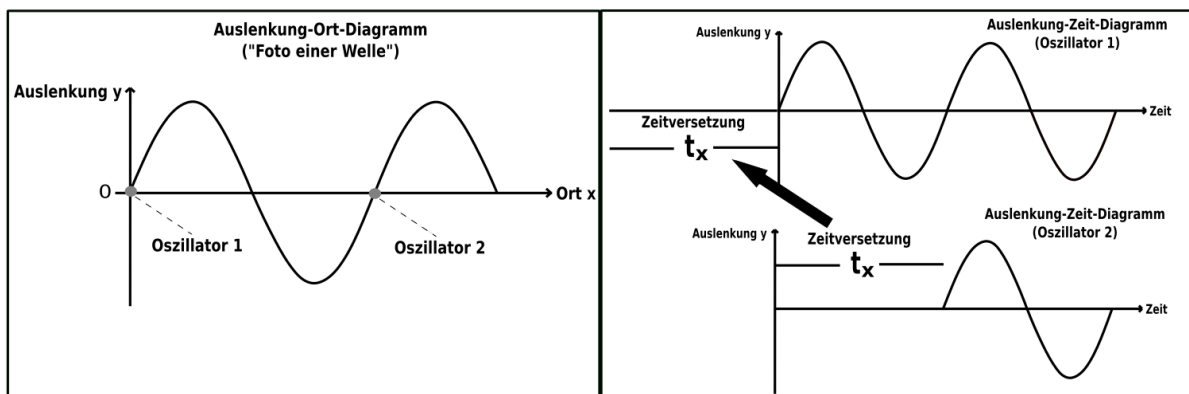
$$y''(t) = -\frac{g}{l} \cdot y_{\max} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot t\right)$$

**Hinweis:** Fertigen Sie für die Herleitung eine entsprechende Skizze an. (9 Punkte)

Verbindet man mehrere Fadenpendel miteinander, so entsteht ein gekoppeltes Pendel. Bei einer mechanischen Welle führt der erste Körper (*Erreger*) eine Bewegung (*Schwingung*) aus, wobei er den nächsten Körper durch eine Kopplung (*elastische Verbindung*) zu der gleichen Bewegung anregt usw. In diesem Fall handelt es sich um eine Transversalwelle. Nehmen wir an, dass die Transversalwelle mit der Geschwindigkeit  $c = 2,5 \text{ m/s}$  längs der  $x$ -Achse eines Koordinatensystems fortschreitet. Der Erreger bei  $x = 0$  starte zur Zeit  $t = 0$  seine **Cosinus**-Schwingung mit der Frequenz  $f = 50 \text{ Hz}$  und der Amplitude  $s = 3 \text{ cm}$ .

e) Zeichnen Sie die Welle zu den Zeiten  $t_1 = 0,050 \text{ s}$  (durchgezogene Linie) und  $t_2 = 0,055 \text{ s}$  (gestrichelte Linie). (10 Punkte)

f) Leiten Sie unter Berücksichtigung der folgenden Diagramme

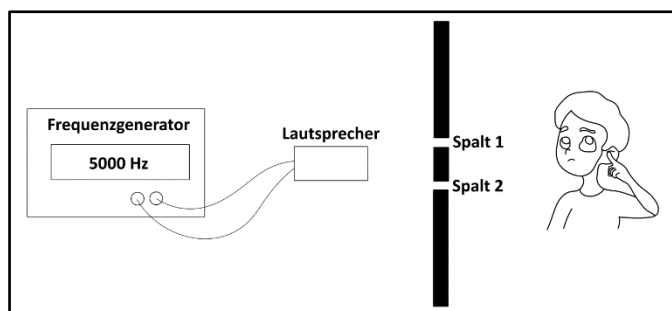


die Wellengleichung

$$y(x, t) = y_{max} \cdot \sin\left(2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right)$$

her. (8 Punkte)

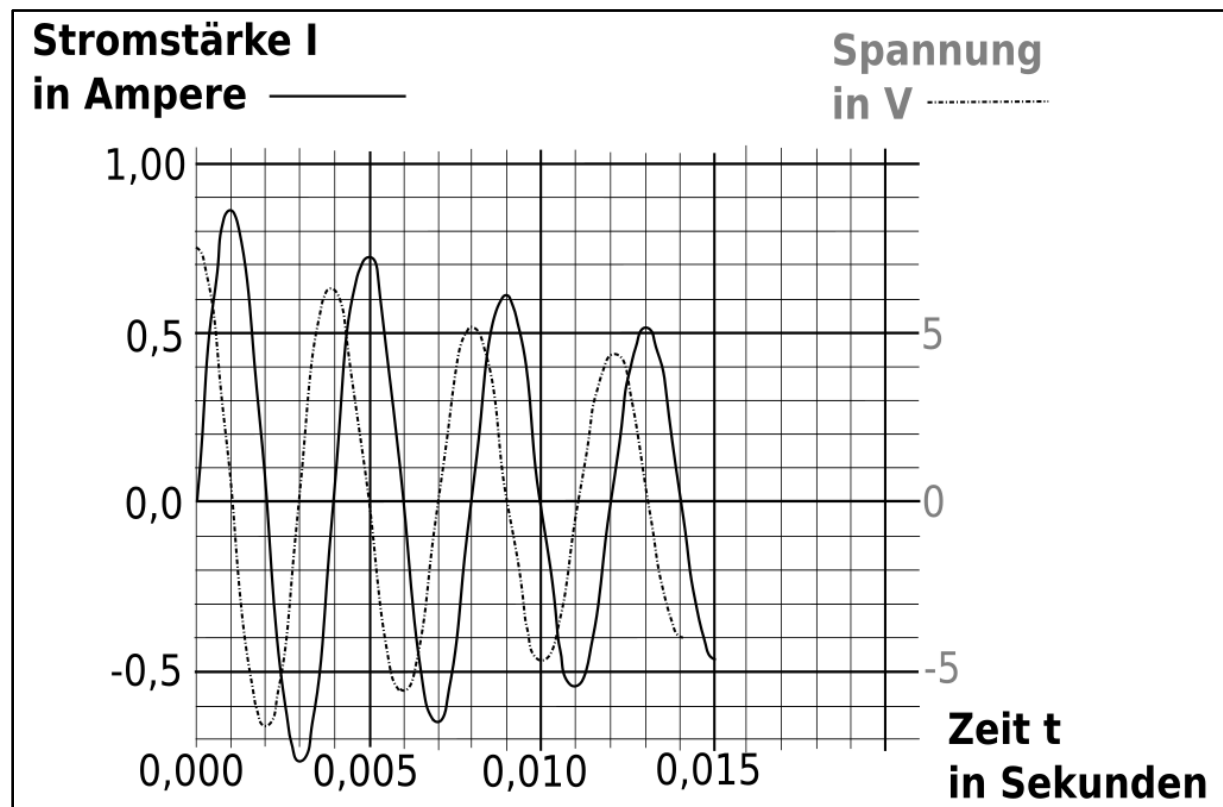
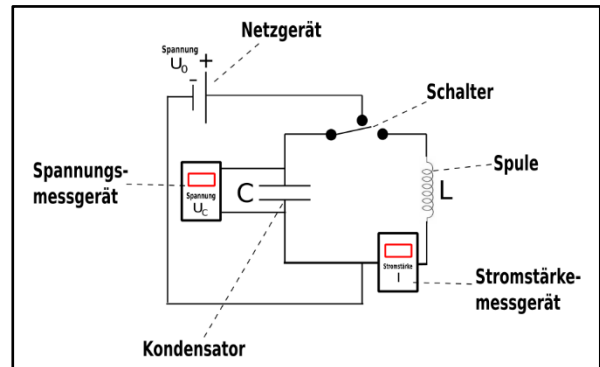
Neben Transversalwellen gibt es auch Longitudinalwellen z.B. Schallwellen. In einem Experiment (*siehe Abbildung*) wird ein Lautsprecher an einen Frequenzgenerator angeschlossen. Der Lautsprecher steht vor einer Wand mit zwei Spalten. Ein Zuhörer steht hinter der Wand und hält sich ein Ohr zu während er den Kopf leicht hin und her bewegt.



g) Beschreiben Sie was der Zuhörer hört und erläutern Sie dieses unter Verwendung des Huygens'schen Prinzips. (4 Punkte)

## Aufgabe 2 – Elektromagnetische Schwingungen (46 Punkte)

Ein elektromagnetischer Schwingkreis (siehe Abbildung) besteht aus zwei Hauptkomponenten: einem Kondensator und einer Spule. Zur Aufladung des Kondensators wird ein Netzgerät verwendet. Mithilfe eines Spannungsmessgeräts und eines Stromstärkemessgeräts wurde folgendes Diagramm aufgenommen.



- a) Erläutern Sie ausführlich das Zustandekommen des Diagramms mithilfe der Bewegung einiger freier Elektronen. Beginnen Sie bei der Aufladung des Kondensators bis hin zum Ende einer vollständigen Schwingung. (9 Punkte)

Nehmen Sie an, dass die Funktion der Stromstärke über die Zeit  $I(t)$  für diese gedämpfte elektromagnetische Schwingung mit guter Annäherung beschrieben werden kann durch:

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-kt} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

mit

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

b) Berechnen Sie den Dämpfungsfaktor  $k$  mithilfe des Diagramms.

[Kontrollergebnis:  $44,42 \text{ s}^{-1}$ ] (6 Punkte)

c) Berechnen Sie die Induktivität  $L$  der Spule unter Verwendung vorheriger Ergebnisse. Die Kapazität des Kondensators beträgt  $C = 5 \mu\text{F}$ . (5 Punkte)

d) Leiten unter Verwendung der zweiten Kirchhoffschen Regel (Maschenregel) die Thomson'sche Gleichung

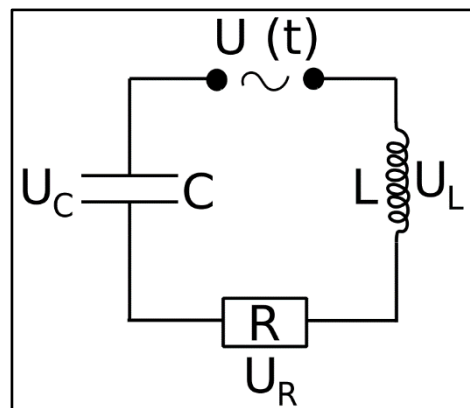
$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$$

für den ungedämpften Schwingkreis her. (7 Punkte)

e) Erläutern Sie basierend auf den entsprechenden Formeln, wieso man durch die Umwandlung von einem Schwingkreis (wie er in der oberen Abbildung zu sehen ist) hin zu einer Antenne diesen für hohe Frequenzen optimiert. (6 Punkte)

f) Erläutern Sie die Entstehung eines elektrischen bzw. magnetischen Wirbelfelds im Nahfeld einer Sender-Antenne. (5 Punkte)

Um eine elektromagnetische Schwingung mit gleichbleibender Amplitude zu erzielen, ersetzt man die Gleichspannungsquelle durch eine Wechselspannungsquelle mit variabler Frequenz  $f$ .



g) Skizzieren Sie sowohl die Erregerspannung als auch die im Schwingkreis zu messende Spannung  $U_C$  in einem „Spannungs-Zeit-Diagramm“

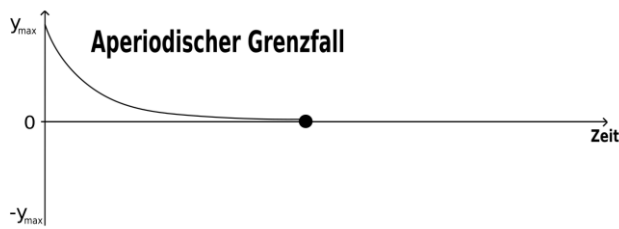
- für den Fall, dass die anliegende Wechselspannung eine Frequenz besitzt, die gleich der Eigenfrequenz des elektromagnetischen Schwingkreises ist

und

- für den Fall, dass die anliegende Wechselspannung eine Frequenz besitzt, die deutlich von der Eigenfrequenz des elektromagnetischen Schwingkreises abweicht. (6 Punkte)

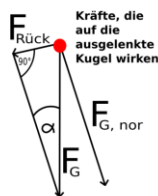
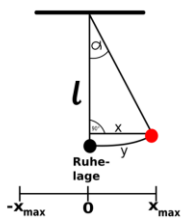
h) Erläutern Sie beide Diagramme. (2 Punkte)

Aufgabe 1			
	Der Prüfling...	erreichbare Punkte	erreichte Punkte
a)	<p>... berechnet die Frequenz und die Periodendauer des Fadenpendels korrekt.</p> $f = \frac{6}{15s} = 0,4 s^{-1}$ $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,4s^{-1}} = 2,5s$ <p>Antwort: Die Frequenz beträgt 0,4 pro Sekunde und die Periodendauer 2,5 Sekunden.</p>	5 (Punkte für Formeln, Ergebnisse und Antwort)	
b)	<p>... zeichnet das Auslenkung-Zeit-Diagramm korrekt.</p> <p>Amplitude in cm</p>	4 (Punkte für Beschriftung Achsen, Amplitude, Periodendauer)	
c)	<p>... erläutert qualitativ die physikalischen Prozesse bei gedämpften mechanischen Schwingungen und zeichnet Sie für alle drei Fälle ein entsprechendes Diagramm.</p> <p>Im Schwingfall ist die Dämpfung ausreichend gering, so dass das Pendel weiterhin oszilliert, während es allmählich an Energie verliert und die Amplituden der Schwingungen mit der Zeit abnehmen.</p> <p>Beim Kriechfall ist die Dämpfung so stark, dass das System nicht oszilliert, sondern langsam zur Ruhelage zurückkehrt, ohne zu schwingen.</p>	6	



Der aperiodische Grenzfall tritt auf, wenn die Dämpfung genau den kritischen Wert erreicht, der zwischen dem Schwingfall und dem Kriechfall liegt. In diesem speziellen Fall kehrt das Pendel so schnell wie möglich in seine Ruhelage zurück, ohne zu oszillieren.

d) ... leitet unter Berücksichtigung der Kleinwinkelnäherung die Bewegungsgleichungen korrekt her und fertigen eine entsprechende Skizze an.



Für kleine Winkel  $\alpha$  gilt:  $x \approx y$

$$\sin \alpha = \frac{x}{l} = \frac{y}{l}$$

$$\sin \alpha = \frac{-F_{\text{Rück}}}{F_G}$$

$$F_{\text{Rück}} = -F_G \cdot \sin \alpha$$

$$F_{\text{Rück}} = -F_G \cdot \sin \frac{x}{l}$$

Für sehr kleine Winkel gilt:  $\sin \frac{x}{l} = \frac{x}{l}$

$$F_{\text{Rück}} = -F_G \cdot \frac{x}{l} \quad \checkmark$$

Allgemeine Kraftformel:  $F = m \cdot a = m \cdot y(t)'' \quad \checkmark$

$$m \cdot y(t)'' = -\sin \alpha \cdot F_G = -\sin \alpha \cdot m \cdot g$$

$$m \cdot y(t)'' = -\frac{y(t)}{l} \cdot m \cdot g$$

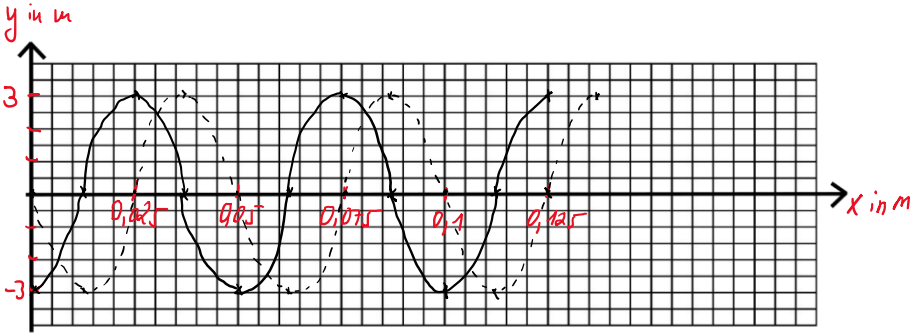
$$y(t)'' = -\frac{g}{l} \cdot y(t) \quad \checkmark \quad | \quad y(t) = y_{\text{max}} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$y(t)'' = -\frac{g}{l} \cdot y_{\text{max}} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad \checkmark \quad | \quad \text{Lösungssatz: } \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad \checkmark$$

$$\text{Zeit-Beschleunigungs-Funktion: } y(t)'' = -\frac{g}{l} \cdot y_{\text{max}} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot t\right) \quad \checkmark$$

6 Punkte für die Herleitung (siehe Häkchen)

3 Punkte Skizze (Winkel, l, x, y,  $F_{\text{Rück}}$ ,  $F_G$ )

<p>e)</p>	<p>... zeichnet die Wellen korrekt ein.</p> 	<p>10 (Achsen-Beschriftungen, jeweils: Abstand Maxima, Amplitude, Länge der Welle, Cosinus)</p>	
<p>f)</p>	<p>... leitet die Wellengleichung unter Berücksichtigung der Diagramme korrekt her.</p> <p>Der erste rote Oszillator schwingt mit</p> $y(t) = y_{\max} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad \checkmark$ <p>Der grüne Oszillator schwingt erst nach der Zeit</p> $t_x = \frac{x}{v}$ $y(t) = y_{\max} \cdot \sin(\omega (t - t_x)) \quad \checkmark$ <p>Geschwindigkeit einer Welle: <math>c = \lambda \cdot f \quad \checkmark</math></p> <p>Allgemeine Geschwindigkeit: <math>v = \frac{x}{t} \Rightarrow t = \frac{x}{v} \quad \checkmark</math></p> $t_x = \frac{x}{\lambda \cdot f} \quad \checkmark \quad \text{wobei } T = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{T} \quad \checkmark$ $t_x = T \cdot \frac{x}{\lambda} \quad \checkmark$ $y(x,t) = y_{\max} \cdot \sin\left(\omega \left(t - T \cdot \frac{x}{\lambda}\right)\right)$ $\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \checkmark$ $y(x,t) = y_{\max} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \left(t - T \cdot \frac{x}{\lambda}\right)\right)$ $y(x,t) = y_{\max} \cdot \sin\left(2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right) \quad \checkmark$	<p>8</p>	
<p>g)</p>	<p>... beschreibt Sie was der Zuhörer hört und erläutern Sie dieses unter Verwendung des Huygens'schen Prinzips korrekt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Jeder Punkt einer Welle lässt sich als Ausgangspunkt einer Elementarwelle betrachten.</li> <li>- Schallwellen mit gleicher Frequenz breiten sich von Spalt 1 und Spalt 2 aus.</li> <li>- Die Schallwellen interferieren miteinander und es kommt zu konstruktiver und destruktiver Interferenz.</li> <li>- Der Zuhörer hört je nach Ort einen lauten oder einen leisen Ton.</li> </ul>	<p>4</p>	

Gesamtsumme			
Aufgabe 2			
	Der Prüfling...	erreichbare Punkte	erreichte Punkte
a)	<p>... erläutert das Zustandekommen des Diagramms mithilfe der Bewegung einiger freier Elektronen korrekt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zunächst wird der Kondensator aufgeladen. Einige freie Elektronen gehen zusätzlich auf die untere Platte des Kondensators. Die Spannung ist maximal und die Stromstärke minimal.</li> <li>- Wird der Schalter umgelegt, so fließen überschüssige freie Elektronen von der unteren Platte in Richtung der oberen Platte durch die Spule. Die Spannung wird geringer und die Stromstärke größer.</li> <li>- Dadurch baut sich um die Spule ein Magnetfeld auf.</li> <li>- Dieses zeitliche veränderliche Magnetfeld, dass die Spule durchzieht führt zu einer Selbstinduktionsspannung, die der Ursache entgegenwirkt. Der Stromfluss wird abgebremst.</li> <li>- Nach einer bestimmten Zeit nimmt die Stromstärke ab und das Magnetfeld um die Spule baut sich ebenfalls ab.</li> <li>- Dieses zeitliche veränderliche Magnetfeld, dass die Spule durchzieht führt wieder zu einer Selbstinduktionsspannung, die der Ursache entgegenwirkt.</li> <li>- Die freien Elektronen werden durch diese Spannung auf die obere Platte gedrückt. Nun ist die obere Platte negativ und die untere Platte positiv geladen. Die Spannung ist wieder maximal (nur mit anderem Vorzeichen) und die Stromstärke minimal.</li> <li>- Nun passiert dasselbe wie auf dem „Hinweg“ nur in entgegengesetzter Richtung.</li> <li>- Da der Schwingkreis einen gewissen elektrischen Widerstand besitzt wird die Amplitude der Schwingung immer geringer.</li> </ul>	9	
b)	<p>... berechnet den Dämpfungsfaktor korrekt.</p> <p>Quotientenbildung: <math>\frac{\text{Erste Amplitude}}{\text{Zweite Amplitude}} = \frac{I\left(\frac{T}{4}\right)}{I\left(\frac{T}{4}+T\right)}</math> ✓</p> $\frac{I\left(\frac{T}{4}\right)}{I\left(\frac{T}{4}+T\right)} = \frac{I_0 \cdot e^{-k \cdot \frac{T}{4}} \cdot \sin\left(\omega \cdot \frac{T}{4}\right)}{I_0 \cdot e^{-k \cdot \left(\frac{T}{4}+T\right)} \cdot \sin\left(\omega \cdot \left(\frac{T}{4}+T\right)\right)} = \frac{I_0 \cdot e^{-k \cdot \frac{T}{4}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{I_0 \cdot e^{-k \cdot \frac{5}{4} \cdot T} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}+2\pi\right)}$ ✓ <p><math>\frac{I\left(\frac{T}{4}\right)}{I\left(\frac{T}{4}+T\right)} = \frac{e^{-k \cdot \frac{T}{4}} \cdot 1}{e^{-k \cdot \frac{5}{4} \cdot T} \cdot 1} = e^{-k \cdot \frac{T}{4} - \left(-k \cdot \frac{5}{4} \cdot T\right)} = e^{k \cdot T}</math> ✓</p> $\ln\left(\frac{I\left(\frac{T}{4}\right)}{I\left(\frac{T}{4}+T\right)}\right) = k \cdot T \rightarrow k = \frac{1}{T} \cdot \ln\left(\frac{I\left(\frac{T}{4}\right)}{I\left(\frac{T}{4}+T\right)}\right)$ ✓ <p>Ableiten: <math>I\left(\frac{T}{4}\right) = 0,86 \text{ A}</math> und <math>I\left(\frac{T}{4}+T\right) = 0,72 \text{ A}</math></p> $k = \frac{1}{0,004 \text{ s}} \cdot \ln\left(\frac{0,86 \text{ A}}{0,72 \text{ A}}\right) = 44,42 \text{ s}^{-1}$ ✓ <p>Antwort: Der Dämpfungsfaktor beträgt 44,42 s<sup>-1</sup>. ✓</p>	6	



c) ... berechnet Sie die Induktivität L der Spule korrekt.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,004s} = 1570,8 \text{ s}^{-1} \checkmark$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - k^2} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{L \cdot C} - k^2$$

$$\omega^2 + k^2 = \frac{1}{L \cdot C}$$

$$L = \frac{1}{(\omega^2 + k^2) \cdot C} \checkmark = \frac{1}{(1570,8 \text{ s}^{-1})^2 + (44,42 \text{ s}^{-1})^2 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \checkmark$$
$$= 0,081 \text{ mH} \checkmark$$

5

Antwort: Die Induktivität beträgt 0,081 mH.  $\checkmark$

d) ... leitet die Thomson'sche Gleichung korrekt her.

Maschenregel:  $0 = U_1 + U_2 - U_0$

Ungedämpfter Schwingkreis:  $0 = U_C + U_L \checkmark$

$$U_C = \frac{Q(t)}{C} \quad | \quad U_L = L \cdot \dot{I}(t)$$

$$I(t) = \dot{Q}(t) \quad \text{und} \quad \dot{I}(t) = \ddot{Q}(t)$$

$$\frac{1}{C} \cdot Q(t) + L \cdot \ddot{Q}(t) = 0 \checkmark$$

$$\frac{1}{C \cdot L} \cdot Q(t) + \ddot{Q}(t) = 0$$

Lösungsansatz:  $Q(t) = Q_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) \checkmark$

$$\frac{1}{C \cdot L} \cdot Q_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) - \omega^2 \cdot Q_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) = 0$$

$$\left(\frac{1}{C \cdot L} - \omega^2\right) \cdot Q_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) = 0 \checkmark$$

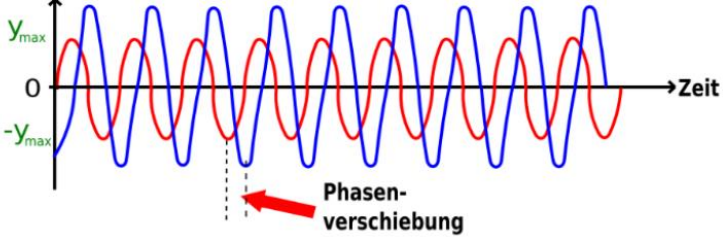
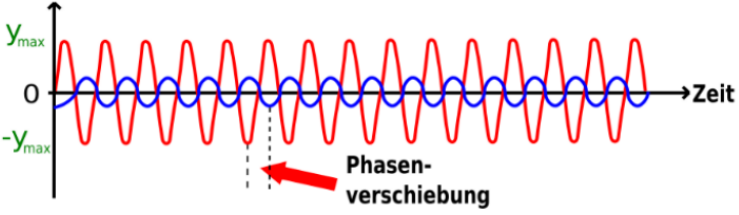
Erster Teil gleich 0 setzen

$$\frac{1}{C \cdot L} = \omega^2 \checkmark \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{C \cdot L}} \quad (\text{wobei } \omega = 2 \cdot \pi \cdot f)$$

$$2\pi \cdot f = \sqrt{\frac{1}{C \cdot L}} \checkmark$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}} \checkmark$$

7

<p>e)</p>	<p>... erläutert wieso man durch die Umwandlung von einem hin zu einer Antenne diesen für hohe Frequenzen optimiert.</p> $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$ $L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot \frac{A}{l}$ $C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>- Windungszahl N minimieren – Spule zu Draht</li> <li>- Abstand d Kondensatorplatten erhöhen</li> <li>- Flächen A Kondensatorplatten verringern zu Drahtenden</li> </ul>	6	
<p>f)</p>	<p>... erläutert die Entstehung eines elektrischen bzw. magnetischen Wirbelfelds im Nahfeld korrekt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zunächst wird an die Antenne eine Spannung angelegt, sodass z.B. einige freie Elektronen in den unteren Teil der Antenne strömen</li> <li>- Der untere Teil ist somit negativ und der obere Teil der Antenne positiv geladen</li> <li>- Das führt zu einem elektrischen Feld um die Antenne, dass vom oberen positiven Teil in Richtung des unteren Teils zeigt</li> <li>- Die äußere Spannung verschwindet oder kehrt sich um, sodass die freien Elektronen nach oben in die Antenne strömen</li> <li>- Der Stromfluss sorgt dafür, dass sich ein Magnetfeld um die Antenne aufbaut</li> </ul>	5	
<p>g)</p>	<p>... skizziert sowohl die Erregerspannung als auch die im Schwingkreis zu messende Spannung <math>U_C</math> in beiden Spannungs-Zeit-Diagrammen korrekt.</p> <p>Resonanzfall</p> <p><b>Erregerspannung 2</b> <b>Schwingkreisspannung 2</b></p>  <p>Nicht-Resonanzfall</p> <p><b>Erregerspannung 1</b> <b>Schwingkreisspannung 1</b></p> 	6 (jeweils Punkte für Beschriftung, Phasenverschiebung, Amplitudenunterschiede)	

<b>h)</b>	<p>... erläutert beide Diagramme korrekt.</p> <p>Resonanzfall</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Die beiden Spannungskurven sind um 90° zueinander verschoben und die Erregerspannung ist geringer als die „Schwingkreissspannung“</li> </ul> <p>Nicht-Resonanzfall</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Die beiden Kurven sind entweder weniger oder mehr als 90° zueinander verschoben und die Erregerspannung ist größer als die „Schwingkreissspannung“</li> </ul>	2	
<b>Gesamtsumme</b>			

<b>Darstellungsleistung:</b>		
Der Prüfling...	erreichbare Punkte	erreichte Punkte
... gestaltet seine Arbeit formal ansprechend.	1	
... verwendet eine differenzierte und präzise (Fach-) Sprache.	1	
... gestaltet die grafischen Aspekte (Diagramme und Vektoren) ansprechend.	1	
<b>Gesamtsumme</b>	<b>3</b>	

### Zusammenfassende Bewertung

Gesamtpunktzahl	erreichbare Punkte	erreichte Punkte	Prozent
Punktzahl Aufgabe 1	<b>46</b>		---
Punktzahl Aufgabe 2	<b>46</b>		---
Darstellungsleistung	<b>3</b>		---
<b>Gesamtsumme</b>	<b>95</b>		
<b>Note</b>			

Note	1+	1	1-	2+	2	2-	3+	3	3-	4+	4	4-	5+	5	5-	6
<b>Prozent</b>	100 – 95	94 – 90	89 – 85	84 – 80	79 – 75	74 – 70	69 – 65	64 – 60	59 – 55	54 – 50	49 – 45	44 – 40	39 – 33	32 – 27	26 – 20	< 20